

POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
Escuela Universitaria de  
Ingeniería Técnica Industrial

CONTROLADORES PID

DR. BASIL M. AL HADITHI

ESCUELA UNIVERSITARIA DE  
INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Controladores PID

- El algoritmo de control más ampliamente usado en control de procesos es el PID.
- Desciende de los clásicos sistemas realimentados (de tipo proporcional) de la máquina de vapor de Watt (1788).
- El controlador PID destaca ya en los años 30 con la integración de las acciones P-I-D.
- La acción I conocida entonces con el término *automatic reset*.
- La acción D se implementa por primera vez en 1935 bajo el término *pre-act* (preactuación).
- Primero controladores industriales (tipo P) eran neumáticos.
- Con la aparición de los amplificadores operacionales, aparecen los primeros controladores analógicos (*hardware*), (años 50).

---

2



## Controladores PID

- La evolución tecnológica impulsa un estudio a fondo del PID con la inclusión de modelos matemáticos. La tecnología permite la implementación de toda la funcionalidad del PID.
- La aparición del computador revoluciona los sistemas de control (años 60).
- Primeros sistemas:     computador maneja consignas.  
                                  controlador sigue siendo analógico.
- Finales de los 60 aparecen los primeros controladores digitales, conocidos como control digital directo (DDC).
- La aparición del microprocesador en los 70 permite la implementación genérica de PID digitales.



## Controladores PID

- El uso extendido del computador en los 80 permite el desarrollo de sofisticado algoritmos de control, partiendo de la base del PID.
- Nuevas características de los controladores: autonomía, flexibilidad, rapidez, amplio margen de sintonía, adaptación y autosintonía.
- Pioneros:     *Foxboro Taylor Instrument*  
                  *Fixer*                     *Bristol*  
                  *Honeywell*           *Leeds & Northrup*



## Control on-off

- Sistema de control realimentado más sencillo.
- No hay ajuste alguno de parámetros.
- Funciona sólo entre dos estados de la variable de control:

$$\begin{aligned} \text{si } e > 0 &\rightarrow u = u_{\text{máx.}} \\ \text{si } e < 0 &\rightarrow u = u_{\text{mín.}} \end{aligned}$$

- Objetivo: permanecer cerca de la consigna.
- Inconveniente: la variable de proceso puede oscilar; las conmutaciones de  $u$  pueden deteriorar los actuadores.
- Modificaciones: incluir zonas muertas, histéresis ( $0.5 \pm 2\%$  del rango máximo)



## Acciones correctoras

- El algoritmo de control PID viene caracterizado por tres acciones correctoras:
  - Acción proporcional P
  - Acción integral I
  - Acción derivativa D

- Responde a la ecuación estándar del PID:

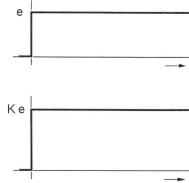
$$u(t) = K \cdot (e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt})$$



## Acción proporcional

- Genera una señal *proporcional* al error:

$$u(t) = K \cdot e(t)$$

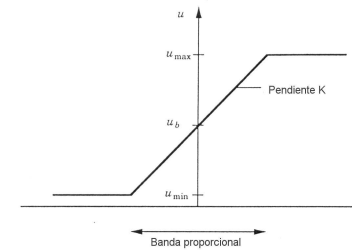


- Se ajusta mediante el parámetro ganancia proporcional K.
- Considerando los límites de la variable de control  $u$ , se suele hablar en términos de la *banda proporcional* (BP, en %).



## Acción proporcional

- Relación entre K y BP:  $K = 100/BP$

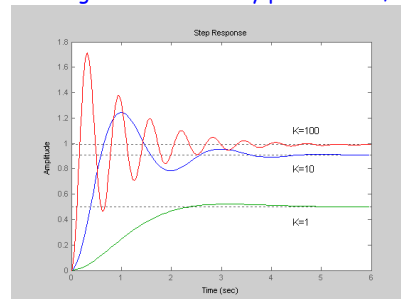




## Acción proporcional

- La acción proporcional tiene efectos sobre el régimen transitorio y permanente, por ejemplo, aumentar K:

- tiende a reducir el error en régimen permanente.
- tiende a aumentar las oscilaciones en la variable de proceso.



- Elevada ganancia hace el sistema insensible a variaciones de carga, por el contrario, lo hace más sensible al ruido.

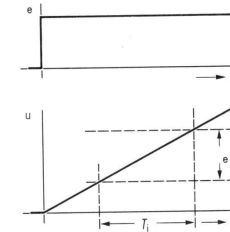


## Acción integral

- Genera una señal que es proporcional a la integral del error.
- Suele ir combinada con la acción proporcional, de la forma:

$$u(t) = K \cdot (e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt)$$

- Se ajusta mediante el parámetro  $T_i$ , tiempo integral.
- La acción integral actuará mientras exista error:
  - si  $e > 0$ , variable de control  $u$  crece.
  - si  $e < 0$ , variable de control  $u$  decrece.
- Tiene efecto sobre el régimen permanente. Su objetivo: anular el error.





## Acción integral

- En el dominio  $s$  la acción combinada PI aporta a la dinámica del sistema un polo en 0 y un cero en  $-1/T_i$ :

$$G(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{K}{T_i} \left( \frac{T_i s + 1}{s} \right)$$

- El polo en 0 aumenta en 1 el tipo del sistema.
- Elevado tiempo integral, acerca el cero al origen (anulando el efecto del polo en el origen)  $\Rightarrow$  poco efecto integral, tardará en anular el error (en el límite, se convierte en acción P).
- Bajo tiempo integral, aleja el cero del origen (mucho efecto del polo en el origen)  $\Rightarrow$  mucho efecto integral, rapidez en anular el error. OJO, puede oscilar.



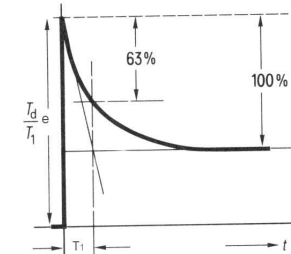
## Acción derivativa

- Genera una señal proporcional a la derivada del error
- Suele ir combinada con la acción proporcional, de la forma:

$$u(t) = K \cdot \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

- Se ajusta mediante el parámetro  $T_d$  tiempo derivativo.
- Tiene efecto sobre el régimen transitorio, mejorando la estabilidad.
- En el dominio  $s$  la acción combinada PD aporta a la dinámica del sistema un cero en  $-1/T_d$

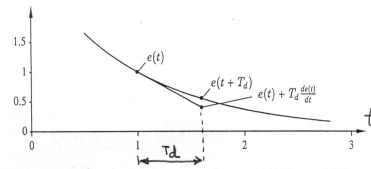
$$G(s) = K(1 + T_d s)$$





### Acción derivativa

- Es la única acción con carácter anticipativo ya que calcula el error futuro en base a la tendencia anterior.

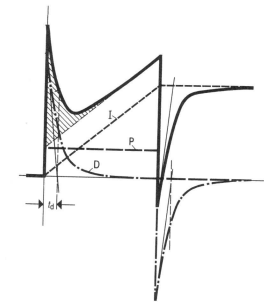


- Elevado tiempo derivativo, acerca el cero al origen.
- Bajo tiempo derivativo, aleja el cero del origen.
- Su efecto dependerá de la posición relativa del cero en el plano s.
- Con  $T_d = 0$ , controlador tipo P.
- Inconvenientes de la acción D:
  - Amplifica el ruido de la señal.
  - Satura los actuadores ante cambios bruscos de consigna (SP).



### Combinación de las 3 acciones

- El máximo beneficio se obtiene combinando las tres acciones de control = algoritmo PID.



- En el plano s aporta 2 ceros y un polo en 0:

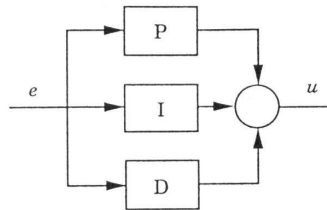
$$G(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) = \frac{K + (KT_i)s + (KT_iT_d)s^2}{sT_i}$$



## Tipos de estructuras

- PID estándar:

- acciones independientes.
- configuración paralela.



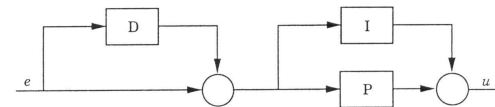
$$G(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) = \frac{K + (KT_i)s + (KT_iT_d)s^2}{sT_i}$$



## Tipos de estructuras

- PID clásico:

- acciones interactivas.
- configuración serie.
- Primeros controladores neumáticos; también analógicos con mínimo número de amplificadores operacionales.
- Implementando un P, PI o PD, esta estructura es igual a la del PID estándar.



$$G'(s) = K' \left( 1 + \frac{1}{sT_i'} \right) (1 + sT_d') = \frac{K' + K'(T_i' + T_d')s + (K'T_i'T_d')s^2}{sT_i'}$$





## Tipos de estructuras

- Relación entre los parámetros de ambas estructuras:

$$K = K' \frac{T'_i + T'_d}{T'_i}$$

$$T_i = T'_i + T'_d$$

$$T_d = \frac{T'_i T'_d}{T'_i + T'_d}$$



## Tipos de estructuras

- Otra forma habitual de la estructura paralela:  
(expresando los parámetros en forma de ganancias)

ganancia proporcional

$$k = K$$

ganancia integral

$$k_i = K/T'_i$$

ganancia derivativa

$$k_d = K T'_d$$



## Tipos de estructuras

- PID con ponderación del SP:
  - Separa la variable de proceso de la consigna para formar distintas señales de error.

$$u(t) = K \cdot (e_p(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de_d}{dt})$$

siendo,

$$e_p = b \cdot y_{sp} - y$$

$$e_d = c \cdot y_{sp} - y$$

$$e = y_{sp} - y$$

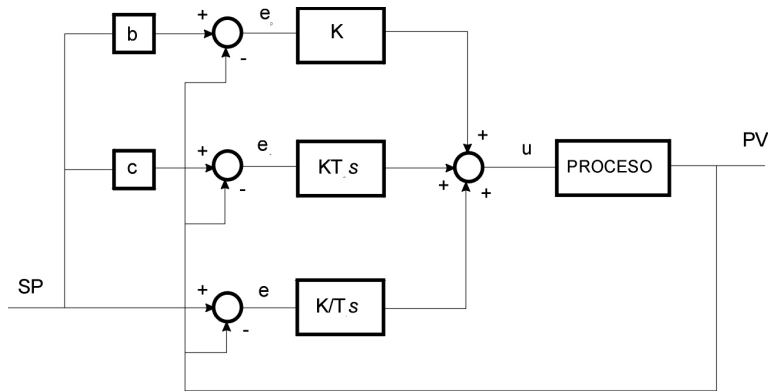


## Tipos de estructuras

- El parámetro  $b$  limita la sobreoscilación debida a cambios de la consigna (SP). Bajos valores de  $b$  reducen sobreoscilación.
- El parámetro  $c$  evita que se produzcan elevados transitorios.
- Con  $b = c = 1$  se tiene el PID estándar.
- Lo habitual  $c = 0$  y  $0 < b < 1$   
( $c = 0$  la acción derivativa recibe en su entrada SOLO la variable de proceso)



## Tipos de estructuras

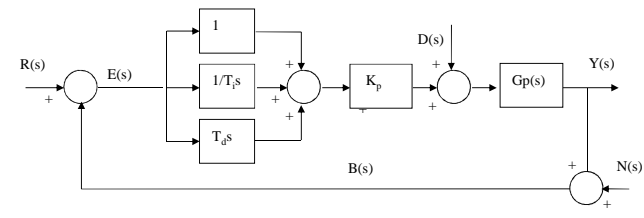


## Tipos de Estructuras

- Si la entrada es escalón, debido al término  $D$ ,  $u(t)$  contendrá un impulso.
- En un PID real en lugar de  $T_d s$  se emplea  $\frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s}$  con  $\gamma = 0,1$  y  $u(t)$  no

contendrá impulso sino una función de forma de un pulso estrecho. Tal fenómeno se denomina patada en el punto de consigna.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$

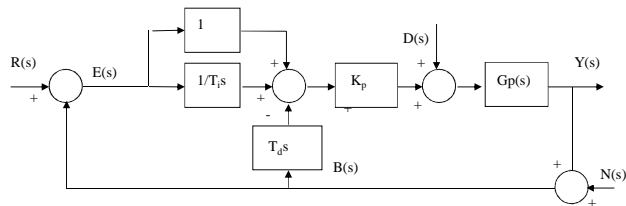




### Control PI-D

- Para evitar el fenómeno de la patada en el punto de consigna, se puede operar la acción D sólo la realimentación, a fin de que la diferenciación ocurra únicamente en la señal de realimentación y no en la referencia.

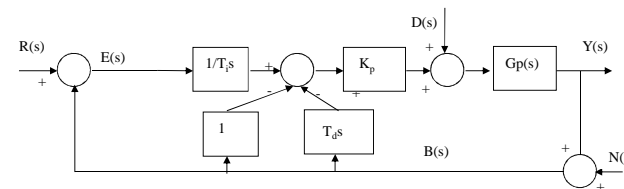
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$



### Control I-PD

- Para evitar el fenómeno de la patada en el punto de consigna, se puede operar la acción D sólo la realimentación, a fin de que la diferenciación ocurra únicamente en la señal de realimentación y no en la referencia.
- Se mueve la acción P y D a la realimentación, a fin de que estas acciones sólo afectan a la señal de realimentación.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{T_i s} \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$





## Consideraciones de la acción D

- Amplifica el ruido,  
sea la señal ruido:  $r = a \cdot \text{sen}(\omega t)$   
tras la acción D:  $y_D = aKT_d\omega \cdot \cos(\omega t)$

se obtiene una señal dependiente de la frecuencia; si esta es elevada, la salida  $y_D$  aumenta considerablemente.

- Solución: incorporar un primer orden en la acción D (filtro),

$$D = -\frac{KT_d s}{1 + (T_d / N)s} \cdot y$$

- a bajas frec.  $D \approx -KT_d s$  (efecto D normal)
- a altas frec.  $D \approx -KN$  (sólo ganancia y esta limitada a KN). Esto significa que el ruido con alta frecuencia no se puede amplificar más que KN.  $N=8 \sim 20$ )



## Modificaciones sobre el error

- Si error elevado, interesa ganancias elevadas en el sistema.
- Si error bajo, interesa ganancias bajas en el sistema.

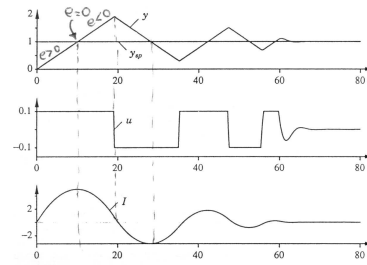
" trabajar con el error al cuadrado "

- Se introduce  $e^2$  en la acción P, a veces en I, nunca en D.
- También se reduce el ruido de baja frecuencia que tenga la señal. Este ruido no se puede filtrar. Usando el error cuadrado, da pequeña amplificación del ruido cuando el error es pequeño y un control efectivo cuando el error es grande.



## Efecto windup

- Bajo determinadas condiciones, la variable de control  $u$  se satura luego: el sistema trabaja al límite
- no hay control realimentado (equivalente a estar en cadena abierta con una señal de actuación constante independiente del valor de la salida).
- Bajo estas condiciones, si hay acción I, el error sigue integrándose y por tanto, la acción I sigue creciendo.
- Volverá a una situación normal cuando el error cambie de signo, después de un tiempo.



27



## Efecto windup

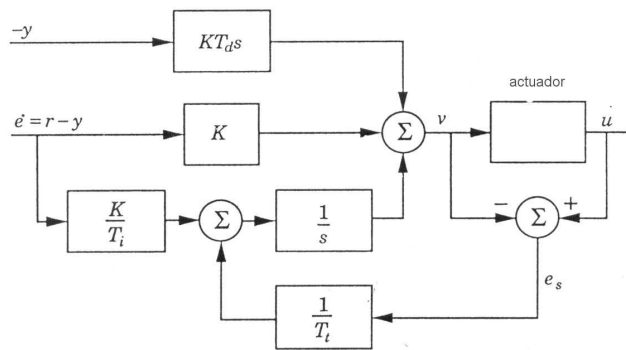
- Casos en los que se produce: cambios bruscos de SP o grandes perturbaciones.
- Soluciones:
  - Dispositivos limitadores en el SP.
  - Implementar estructura de "seguimiento"
- Estructura de "seguimiento":
  - detectar fenómeno de saturación.
  - generar error de seguimiento (será nulo sin saturación).
  - con saturación (error de seguimiento no nulo), añadir  $T_f$  para minimizar efecto I.
  - bajos  $T_f$  eliminan la acción I rápidamente.
    - $T_d < T_f < T_i$
    - sugerencia  $T_f = (T_i T_d)^{1/2}$

28



## Efecto windup

- Estructura con anti-windup



## Notas prácticas de uso del PID

- Empleo del PID:
  - seguimiento fiable de los cambios de SP.
  - insensibilidad al ruido.
  - Buen comportamiento ante cambios de carga, perturbaciones.
- El PID funciona, en la mayoría de los casos, aceptablemente.
- En muchas implementaciones la acción D se desconecta.
- ¿Cuándo emplear configuración PI ?
  - En sistemas principalmente de 1<sup>er</sup> orden (control de nivel)
  - En sistemas de orden superior siempre acción I para asegurar correcto funcionamiento en régimen permanente.



## Notas prácticas de uso del PID

- ¿ Cuándo emplear configuración PID ?
  - En sistemas principalmente de 2º orden (control de temperatura)
  - En sistemas donde haya que incrementar la velocidad de respuesta y en sistemas de orden superior, mediante la adición de la acción D.
  
- ¿ Cuándo no usar PID ?
  - En sistemas de orden 3 o superior (control más sofisticado).
  - En sistemas con elevados tiempo muertos (predictor Smith).
  - En sistemas oscilatorios con más de un polo complejo con parte real nula (adición de ceros complejos).



## PIDs comerciales

- PID estándar:

$$U(s) = K \cdot \left( (b \cdot SP - PV) + \frac{1}{sT_i} \cdot E + \frac{sT_d}{1 + s(T_d/N)} (c \cdot SP - PV) \right)$$

- PID clásico:

$$U(s) = K \cdot \left( \left( b + \frac{1}{sT_i} \right) \frac{1 + sT_d'}{1 + s(T_d'/N)} \cdot SP - \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right) \frac{1 + sT_d'}{1 + s(T_d'/N)} \cdot PV \right)$$

- PID paralelo:

$$U(s) = K'' (b \cdot SP - PV) + \frac{K_i''}{s} \cdot E + \frac{K_d'' s}{1 + K_d'' s / (K'' N)} (c \cdot SP - PV)$$





## Ejemplos comerciales

Controlador	Estructura	Ponderación SP		Limitación acción D	Muestreo
		<i>b</i>	<i>c</i>	<i>N</i>	(s)
Allen Bradley PLC 5	I, III	1.0	1.0	none	load dependent
Bailey Net 90	II, III	0.0 or 1.0	0.0 or 1.0	10	0.25
Fisher Controls Provox	II	1.0	0.0	8	0.1, 0.25, or 1.0
Fisher Controls DPR 900, 910	II	0.0	0.0	8	0.2
Fisher Porter Micro DCI	II	1.0	0.0 or 1.0	none	0.1
Foxboro Model 761	II	1.0	0.0	10	0.25
Honeywell TDC	II	1.0	1.0	8	0.33, 0.5, or 1.0
Moore Products Type 352	II	1.0	0.0	1 – 30	0.1
Alfa Laval Automation ECA40, ECA400	II	0.0	0.0	8	0.2
Taylor Mod 30	II	0.0 or 1.0	0.0	17 or 20	0.25
Toshiba TOSDIC 200	II	1.0	1.0	3.3 – 10	0.2
Turnbull TCS 6000	II	1.0	1.0	none	0.036 – 1.56
Yokogawa SLPC	I	0.0 or 1.0	0.0 or 1.0	10	0.1